

# **PEDAGOGIA, HISTORIA Y MATEMATICAS: EL TEMA DE LA MEDIDA**

**Luis CASAS, Ricardo LUENGO**  
Universidad de Extremadura  
Campus Universitario s/n Badajoz (España)  
luisma@unex.es rluengo@unex.es

## **RESUMEN**

En este trabajo presentamos el proyecto de innovación educativa desarrollado en la región de Extremadura, en España, pero que puede servir a profesores de cualquier parte del mundo para llevar a cabo experiencias similares adaptadas a sus ámbitos geográficos y culturales.

El objetivo de la actividad ha sido conocer y valorar la utilidad de las Matemáticas en una de las actividades más cotidianas: medir. Se ha investigado el uso que a través de la Historia hicieron nuestros antepasados de las unidades e instrumentos de medida, desde los antiguos sistemas hasta el sistema métrico decimal.

A partir de este centro de interés, como recurso pedagógico, se han planteado actividades para alumnos y profesores, de tipo etnográfico (recogida de información entre personas de edad, recuperación de instrumentos en desuso), de tipo histórico (revisión de textos antiguos), o de mayor contenido matemático (cálculo de medidas, construcción de aparatos o resolución de problemas relacionados).

El trabajo se completa con un CD interactivo donde se recoge toda la información y actividades del proyecto.

Se ha conseguido con estas actividades integrar varias áreas del currículo, trabajar de forma colaborativa entre profesores y hacer participar de las tareas escolares a personas del entorno próximo de los alumnos.

## **1.- Introducción.**

La investigación en Historia desde un planteamiento interdisciplinar es un recurso del que puede obtenerse un conocimiento amplio y profundo no sólo de los temas que tradicionalmente han sido su objeto de estudio, los hechos históricos, sino de otros relacionados con distintas áreas de conocimiento.

En este sentido, la Historia de la Educación aporta un valioso conocimiento de los fenómenos, las instituciones y las disciplinas escolares.

Así, dentro de la investigación en este campo podemos citar experiencias en que se trata de analizar cuál ha sido el desarrollo y evolución de un determinado concepto a lo largo de la Historia.

En otras, se ha estudiado cuál ha sido el abordaje pedagógico que se ha hecho para su enseñanza y aprendizaje.

Por último, en otros estudios, se ha revisado y en muchos casos recuperado los materiales utilizados en el ámbito escolar para el aprendizaje de un determinado campo científico.

Estos enfoques son, en nuestra opinión, las grandes líneas de los estudios en el campo de la Historia de la Educación. (Escolano, 2006) y los trabajos realizados bajo ellos en el área de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, suponen interesantes aproximaciones por parte de investigadores especializados.

Pero nuestro interés, eminentemente didáctico, se centra en que los resultados de estas investigaciones puedan ser trasladados a las aulas, y utilizados como recurso educativo por los profesores. Esta ha sido también la preocupación de otros investigadores, que han desarrollado su trabajo preferentemente en el ámbito de los alumnos universitarios (Sierra, 1993, 1997, 1999; Meavilla, 2007).

Creemos que se pueden trasladar los beneficios de este tipo de aproximaciones a otros niveles educativos, como puede ser la Enseñanza Primaria, y esa ha sido nuestra intención al desarrollar el Proyecto de Innovación que describiremos en este trabajo.

Por nuestra experiencia docente, como profesores de Matemáticas en centros de Primaria en pequeñas localidades rurales, sabemos del gran interés que tiene para los alumnos el hecho de integrar en la enseñanza los recursos que su entorno familiar y social les ofrece. La Etnografía puede ser un recurso más que puede enriquecer todo el trabajo escolar, pues permite esta integración. En este sentido, lo que se ha dado en llamar Etnomatemática (D'Ambrosio, 1993) responde a nuestros planteamientos.

Nuestra intención fue aunar todos estos factores que hemos venido citando, y realizar un proyecto interdisciplinar que pusiera en contacto al alumno con su entorno, que aprovechara los recursos que unas áreas de conocimiento, como la Historia, pueden proporcionar a otras y que pusiera en colaboración en un proyecto común a profesores, padres, alumnos y entorno social.

## **2.- El proyecto de innovación.**

El proyecto de Innovación Educativa “Recuperación de Instrumentos y Unidades de Medida Tradicionales en Extremadura” se desarrolló en colaboración entre profesores de dos centros de Enseñanza Primaria, de Extremadura.

Los dos centros tenían características distintas. Uno de ellos era un centro pequeño, en una localidad rural, mientras el otro se trataba de un centro urbano, de tamaño grande.

Las características de ambos hicieron que el trabajo fuera enriquecedor, pues mientras en el primer caso se consultó a personas del mundo rural, que conservaban instrumentos y en muchos casos habían utilizado medidas antiguas, en el segundo se pudo recurrir a fuentes documentales conservadas en centros especializados.

El proyecto se desarrolló durante dos cursos escolares e implicó en su realización a un grupo de diez profesores de distintos niveles educativos.

## 2.1.- Fases del proyecto.

El proyecto se desarrollo según el siguiente esquema de fases y actividades:



Figura 1.- Esquema del desarrollo del proyecto

### 2.1.1.- Recogida de información.

Básicamente, para la recogida de información se utilizaron dos fuentes: consulta a informantes y revisión de bibliografía.

Para la consulta a informantes, se elaboró una encuesta que fue pasada a personas mayores de las dos localidades en que se desarrolló el proyecto.

Los datos obtenidos en la encuesta permitieron conocer aspectos olvidados del saber popular, y una amplia información sobre los instrumentos o unidades de medida que seguían utilizándose en los pueblos de la Región.

Pero, por otra parte, el hecho de contestar la encuesta implicó a padres, y sobre todo abuelos, de los alumnos participantes, de manera que se interesaron por el trabajo escolar que se iba a desarrollar.

La investigación histórica basada en textos antiguos se llevó a cabo utilizando los fondos bibliográficos de la Real Sociedad Económica de Amigos del País.

Fundamentalmente, fueron revisados tres tipos de texto:

En primer lugar, manuales escolares de distintos niveles educativos, de los siglos XVIII al XX, en los que fueron analizados los métodos de enseñanza de los contenidos

relacionados con unidades e instrumentos de medida de las distintas épocas, la anterior a la implantación del Sistema Métrico Decimal y la posterior.

En segundo lugar, textos de la misma época, dirigidos a profesionales diversos: constructores, comerciantes o recaudadores de impuestos en los que se describía la construcción y el uso de instrumentos de medida.

Por último textos, algunos de los siglos XIII y XIV, que recogían Ordenanzas Municipales y Fueros de distintas localidades donde se regulaba la utilización de las distintas unidades e instrumentos de medida.



Figura 2.- Ordenanzas de la ciudad de Badajoz

De estas fuentes documentales, tras un laborioso e interesante trabajo, se obtuvo una amplia información que reflejaba el uso y la transformación de las unidades e instrumentos de medida en la Región de Extremadura a lo largo de la Historia.

Esta información fue redactada posteriormente en dos tipos de documento:

Por una parte documentos para el uso de profesores y alumnos, con distintos niveles de complejidad, en que se recogía la información histórica obtenida.

Por otra parte, se elaboraron tablas de equivalencia entre las medidas antiguas y las modernas que serían utilizadas no sólo por los alumnos para la resolución de las actividades propuestas, sino también por los padres y abuelos que las reclamaban por su interés.

#### 2.1.2.- Recuperación de instrumentos de medida.

Paralelamente a la fase antes descrita, de recogida de información, se desarrolló un trabajo muy amplio, de tipo etnográfico, de recogida de instrumentos de medida que, en desuso, seguían estando en los desvanes de las casas de los alumnos. Eran instrumentos que habían servido para distintos oficios, la mayoría relacionados con el trabajo agrícola, y que eran recordados por las personas mayores que los habían utilizado o los habían visto utilizar.

Se procedió a recoger y restaurar muchos de los instrumentos recuperados, tarea en la que colaboraron muchos profesores, padres y personas de las localidades participantes.

Con estos instrumentos recuperados, se montaron exposiciones en varias localidades.

En la figura mostramos algunas de las piezas de esta exposición:



Figura 3.- Piezas de la exposición de medidas.

## **2.2.- Actividades desarrolladas.**

### **2.2.1.- Actividades de aula.**

A partir de la información obtenida de las dos fuentes que anteriormente fueron citadas, la investigación bibliográfica y la consulta a informantes, se elaboraron los siguientes materiales:

- Textos informativos.

En ellos se hacía referencia a la extensión y uso a través de la Historia, de las medidas tradicionales utilizadas en Extremadura. Con estos textos se dispuso de una fuente documental que fue utilizada por los alumnos para la resolución de las actividades propuestas posteriormente.

Los textos contenían información relacionada no sólo con los aspectos matemáticos de las unidades de medida, sino también amplias referencias a hechos históricos, a localizaciones geográficas o a oficios tradicionales.

Veamos, por ejemplo, parte de uno de los textos elaborados:

“Las medidas y sus patrones se guardaban en los monumentos religiosos y en los representativos del poder civil. Este era el caso de los judíos en su Templo, los griegos en la Acrópolis o los romanos en el Capitolio.

También en la iconografía de los templos aparece frecuentemente la acción de medir, y en particular la de pesar. Las acciones de los antiguos egipcios eran pesadas por Amón, y las de los cristianos, por el

arcángel Miguel, quien está representado en numerosas iglesias pesando las almas y con ello determinando su destino para toda la eternidad.

La medida y la posesión de los instrumentos de medida, en particular de los patrones, se convirtieron pronto en un símbolo de poder. Poseer el patrón de medida significaba tener el poder de modificarlo en beneficio propio, agrandarlo o achicarlo según los propios intereses.

De aquí las numerosas controversias por la medida (las que utilizaba la iglesia, las que utilizaba el señor, las del municipio,...) que aparecen en todas las naciones a lo largo de su historia.

La necesidad de controlar las medidas hizo que aparecieran leyes y sus correspondientes sanciones para regular su uso.

Hay muchas de estas normas de uso en los Fueros y Ordenanzas de las ciudades extremeñas, todas ellas extremadamente meticulosas. En ellas podemos además conocer las medidas que eran de uso habitual en una zona y época determinada.

Por ejemplo, veamos lo que al respecto, el Fuero de Usagre (S. XIII) establece:

378. Todos los tejeros que tejas labraren, labren por el marco del concejo. Y den mil tejas a maravedí...”

De igual modo, en el Fuero de Plasencia (1.290) podemos leer:

Tavernero qui con otra medida fueras con la derecha de conçeio (midiere) qui fuere mediere, o menor la toviere, peche IIII mrs. A los mayordomos de conçeio...

Si el tavernero la medida non fiziere sobreverter et teniendola firme et derecha, peche dos mrs. Las reverteduras sean del comprador, el medidor qui el polgar metiere en la medida peche II mrs. Si fuere provado, si non pactanse d'el.”

También se construyó un glosario a disposición del alumno, que incluía vocablos antiguos, relacionados con las unidades de medida, o con el trabajo agrícola.

- Cuadros de equivalencia entre las unidades antiguas y las utilizadas actualmente.

Estos cuadros de equivalencia fueron utilizados también por los alumnos para la resolución de los problemas.

De ellos mostramos uno a continuación:

**Medidas de capacidad para líquidos en general (no aceite)**

	Tonel	Tonclada	Pipa	Moyo	Cántaro o Arroba	Cuartillo	Asambre	Botella	Cuartillo	Cuarterón o Capa	Litro
Tonel	1	1+1/5	2+2/5	4+1/8	66	264	528	1408	2112	8448	1.064'7
Tonclada		1	2	3+7/16	55	220	440	1173+1/3	1760	7040	887'31
Pipa			1	1+23/22	27+1/2	110	220	586+2/3	880	3520	443'65
Moyo				1	16	64	128	341+1/3	512	2048	258
Cántaro o Arroba					1	4	8	21+1/3	32	128	16'133
Cuartillo						1	2	5+1/3	8	32	4'033
Asambre							1	2+2/3	4	16	2'016
Botella								1	1+1/2	6	0'756
Cuartillo									1	4	0'504
Cuarterón o Capa										1	0'126

NOTAS:

1.- La medida "cuartillo" también era llamada "libra".

2.- También se utilizaba la "Medida", equivalente a un tercio del "Moyo".

3.- Las medidas "botella" cuartillo y "cuarterón" equivalían prácticamente a 3/4, 1/2 y 1/8 de litro, respectivamente.

A la última de ellas se le llamó comúnmente, y por esta razón, "ocho".

4.- En Badajoz(capital) la arroba era de 38 cuartillos, y equivalía a 16,42 litros.

5.- En Cáceres(capital) la unidad para líquidos era el "Cuarto", cuarta parte de la arroba. Cada cuarto constaba de 9 cuartillos.

Esta constaba, pues, de 36 cuartillos, y equivalía a 13,84 litros.

Figura 4.- Cuadro de equivalencia de unidades.

Como antes mencionábamos, estos también muy apreciados por los padres y sobre todo por los abuelos de los alumnos, pues en muchos casos suponían una recuperación de su cultura a punto de perderse.

### 2.2.2.- Actividades matemáticas para alumnos.

Las actividades propuestas, siempre se redactaron de manera que hicieran referencia a informaciones contenidas en los textos informativos elaborados, de modo que todos los enunciados de problemas y actividades hacían referencia a textos históricos, a unidades de medida antiguas o a distintos aspectos de la cultura popular de la región.

Con este formato se incluyeron tanto problemas matemáticos tradicionales como actividades propias de matemáticas recreativas.

Las actividades estaban elaboradas de tal modo que pudiesen resolverse por dos vías: recurriendo al texto informativo del que se disponía o, en bastantes casos, recurriendo a la información que pudiera obtenerse de la consulta a padres o abuelos.

Los contenidos de estas actividades fueron organizados de manera que hicieran referencia a diversos aspectos del currículo de Matemáticas como el cálculo, o la geometría, y además al currículo de otras áreas, tales como las de Historia o Lenguaje.

Veamos algunas de las actividades propuestas a los alumnos:

“Tradición oral:

En la localidad extremeña de Barcarrota, para hacer las transformaciones de Hectáreas a Fanegas y viceversa, siguen el siguiente procedimiento:

a) Para pasar de hectáreas a fanegas, dividen éstas por dos y a continuación la cantidad obtenida la suman al número de hectáreas, siendo el resultado fanegas.

b) Para pasar de fanegas a hectáreas el procedimiento consiste en restar al número de fanegas un tercio de las mismas

Según este procedimiento ¿cuántas fanegas son 40 hectáreas? y ¿cuántas hectáreas son 90 fanegas?”

...

“Del libro: Guía práctica de Agrimensores y labradores. Imprenta José Repullés. Madrid 1848. Francisco Verdejo Páez. Página 155:

Verdejo nos propone el siguiente problema: “Uno quiere plantar una viña en 5 fanegas de tierra que tiene; computados el coste de cada planta con los jornales que tiene que pagar para su plantación, le resulta de coste de medio real por cada vid. ¿Cuánto le importará el plantío dejando entre cada dos plantas 2 varas y media?”

...

“Del texto Historia de Extremadura, página 356:

Rodrigo Alonso, recuero que fue asaltado por los criados del alcalde de Portezuelo cuando pasó por las proximidades de la fortaleza en dirección hacia el sur, transportaba 210 varas de sayal y 100 varas de lienzo de Bretaña.

-Investiga sobre los términos: recuero y sayal

-¿Qué cantidad de metros transportaba el recuero de cada mercancía?”

...

Otro tipo de actividades que tuvo gran interés para los alumnos, fue la construcción de rudimentarios instrumentos de medida que imitaban a los utilizados históricamente y otros que imitaban los métodos empleados para distintos tipos de medición, como el caso de la medida de distancias inaccesibles. Para ello se emplearon, preferentemente, materiales de bajo coste o reciclados.

Con todas las actividades propuestas se elaboró un CD interactivo en el que se incluyó toda la información recogida en el proyecto, tanto los textos informativos como las imágenes de los instrumentos de medida recuperados o las actividades propuestas a los alumnos. A continuación vemos algunas de las pantallas de este CD.



Figura 5.- Pantalla 1 CD interactivo.



Figura 6.- Pantalla 2 CD interactivo.

Este CD fue diseñado con una estructura interna que permitiera un acceso por niveles de dificultad a sus contenidos, de manera que el usuario no se limitara a navegar de forma aleatoria por él, sino que, en el caso de acceder a información de mayor dificultad tuviera que resolver las actividades propuestas en los niveles previos más sencillos.



Figura 7.- Pantalla 3 CD Interactivo



### 3.- Conclusiones y repercusión del proyecto.

La evaluación del proyecto por parte de todos los participantes, tanto alumnos como profesores y padres fue muy positiva, pues supuso un enfoque novedoso de la actividad matemática enriquecido por las aportaciones de la Historia.

Para los alumnos supuso una mejora en su actitud ante las Matemáticas, que en muchas ocasiones son vistas como algo alejado de su realidad del alumno, pero que mediante actividades como las propuestas, han sido integradas no sólo en su currículo, sino en su ambiente familiar y social.

Para los profesores fue muy interesante constatar cómo hay aspectos de la cultura popular que merecen ser explorados y explotados educativamente, no sólo en el ámbito de las Matemáticas, sino en otros muchos. Supuso experimentar con una nueva dinámica de trabajo.

En cuanto a la repercusión del proyecto en el medio en que se desarrolló, significó una aproximación al entorno más próximo a la escuela, que ha abierto sus puertas, y ha compartido la cultura con su entorno.

El montaje de la Exposición de Medidas Tradicionales en Extremadura, fué una interesante actividad que, como ya indicamos, se ha repetido a otras localidades de toda España, y suscita gran interés, no sólo entre los escolares, sino entre personas mayores.

El CD interactivo que se elaboró constituye una interesante herramienta de trabajo, que sigue utilizándose en las aulas, y que está a disposición de los profesores que lo soliciten.

Consideramos que esta experiencia puede ser trasladada a otras regiones e incluso a otros países, con un esquema muy parecido, pues en muchos de ellos existe una gran riqueza etnográfica y cultural que puede ser recogida y transmitida de nuevo a la sociedad.

#### Bibliografía

- Anónimo (1767) Ordenanzas de la Muy Noble y Muy Leal ciudad de Badajoz. Real Sociedad Económica de Amigos del País.
- Casas, L.; Luengo, R.; Sánchez, C. (2000) "Cultura, Historia y Matemáticas: el tema de la Medida. *Cátedra Nova*, n. 11, p. 277- 304.
- D'Ambrosio U. (1993) *Etnomatemática*. São Paulo: Editora Atica S. A.
- Escolano, A. (2006). *Historia ilustrada de la escuela en España*. Madrid: Fundación Germán Sánchez.
- Kula, W. (1980) Las medidas y los hombres. Madrid: Siglo XXI de España.
- Meavilla, V. (2007) *Selección de Problemas lineales y cuadráticos rescatados de los elementos de Álgebra de Leonhard Euler*. Badajoz: Servicio de Publicaciones de la FESPM.
- Sierra, M. (1993). La introducción y enseñanza de las ideas algebraicas en España durante los siglos XVII y XVIII, En E. Filloy, T. Rojano y L. Puig (eds.): *Historia de las ideas algebraicas*, 153-158. Centro de Investigación de Estudios Avanzados (CINVESTAV). México.
- Sierra, M.; Rico, L. y Gómez, B. (1997). El número y la forma: libros e impresos para la enseñanza del cálculo y la geometría. En A. Escolano (dir.): *Historia ilustrada del libro escolar en España*, 373-398. Fundación Germán Sánchez Ruipérez. Madrid.
- Sierra, M. (1999). Uso de la historia de la Matemáticas en el aula. En T. Ortega (ed.): *Temas controvertidos en educación matemática*, 13-26. Universidad de Valladolid. Valladolid.