

# LA CONSTRUCCION DEL ARTEFACTO AL INSTRUMENTO. UN ESTUDIO DEL “USO DE LAS GRAFICAS”

## En busca de una integración tecnológica para el aprendizaje de las matemáticas

**Eduardo Carlos Briceño Solís, Francisco Cordero Osorio**  
Cinvestav-IPN, Av. Politécnico, Ciudad de México, México  
ebriceno@cinvestav.mx, fcordero@cinvestav.mx

### RESUMEN

*La tecnología son consideradas como recursos didácticos, lo que conlleva nuevas formas de abordar la enseñanza y aprendizaje de la matemática, pero estas no han sido suficiente para que tal aprendizaje se integre al humano. Esto ha llevado a la creación de un marco llamado génesis instrumental que estudia la construcción del artefacto al instrumento hecha por el estudiante el cual ha sido capaz de integrarlo a su actividad matemática. Con base a lo anterior la socioepistemología está haciendo estudio del uso del conocimiento en situaciones específicas con la perspectiva del “uso de las gráficas” en donde precisamente en una situación aprendizaje con el uso de tecnología se pretende evidenciar que es el “uso de las graficas” la que norma tal integración entre artefacto y estudiante de tal forma que favorece la construcción del instrumento que le permite construir conocimiento matemático.*

## 1 Introducción

En la historia de la actividad humana actualmente se encuentran herramientas que utilizaron de apoyo para sus actividades, en dichas herramientas se pueden encontrar vestigios de que se utilizaron para realizar algún cálculo matemático. Por ejemplo por mencionar algunos, la tablilla de Plimpton 322<sup>1</sup>, en la que aparecen cuatro columnas de números distribuidos en 15 filas, en apariencia podía tratarse de algún tipo de anotación contable pero descifrados los números corresponden a la primera relación de ternas pitagóricas de la que se tenga conocimiento. (Figura A). El Papiro de Rhind que contiene 87 problemas, con las soluciones, de aritmética, álgebra, geometría. Los problemas que tenían que resolver eran puramente prácticos, por ejemplo tener que recalcular los terrenos que habían estado inundados durante las crecidas anuales del nilo (ver figura B). Un contador mecánicos en el cual se podría realizar multiplicaciones (Figura C) y a partir de la década de los 70's, surgen herramientas significativas, como “las reglas de cálculo” diseñadas para el apoyo de profesor y estudiantes en sus clases de matemáticas (Figura D).

---

<sup>1</sup> [http://www.uned.es/geo-1-historia-antigua-universal/NOTICIAS/MATES\\_1.htm](http://www.uned.es/geo-1-historia-antigua-universal/NOTICIAS/MATES_1.htm)



Fig. A La tablilla de Plimpton 322 que se conserva en la Universidad de Columbia, (1800 A.C)



Fig. B. El papiro llamado “de RHIND” descubierto en Tebas (1858),



FIG. C “Herramientas mecánicas para multiplicar”

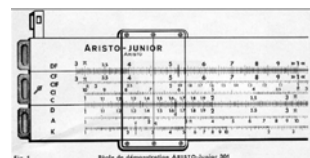


Fig. D Regla de calculo, Marca Aristo-júnior 301 1971

Lo que queremos llamar la atención en el párrafo anterior es que herramientas matemáticas han co-existido con el humano, pero ¿como es que estas herramientas pudieron haberse integrado al humano de la época de tal forma que al usarlas formo parte de su conocimiento para realizar sus actividades diarias? ¿Cómo se puede explicar que la tablilla de Plimpton (Figura A) ya se tenía grabado ternas pitagóricas mucho antes de ser descubiertas? Semejante cuestionamiento nos hace pensar que herramientas matemáticas de la época han influido en su conocimiento, el cual lo han guiado en su actividad matemática para resolver sus necesidades.

Actualmente la tecnología es una herramienta indispensable en la actividad humana, por ello se ha incorporado en las clases de matemáticas como un recurso didáctico en el proceso de aprendizaje. Una de las demandas sociales sobre el uso de la tecnología para el aprendizaje de las matemáticas es que sean instrumentos pedagógicos, es decir que permitan aprender mejor los contenidos matemáticos que han sido definidos sin tomar en cuenta esta tecnología y que ayuden a luchar contra prácticas de enseñanza inadecuadas (Artigue, 2007), es decir, que les proporcionen a los profesores instrucciones con el uso de la tecnología para que las reproduzcan en el salón de clases. Estas implementaciones tecnológicas se ha observado que ha ejercido una influencia importante en la generación de nuevas formas para abordar dichos procesos de aprendizaje en la matemática escolar, pero también se ha encontrado que obstaculiza el proceso mismo, dependiendo del uso que se les de (Kutzler, 2003). Eso nos hace pensar que la ciencia y tecnología están integradas parcialmente al sistema educativo, los alumnos las reconocen como un cuerpo del conocimiento fuera del salón de clases, eventualmente hacen uso de ellas y al hacerlo construyen conocimiento que no forma parte de su enseñanza. (Suárez, 2007), como la tecnología vive separada de la enseñanza de las matemáticas en ciertos sectores curriculares, requiere de una intensa negociación para ser incorporada intencionalmente, en los procesos de aprendizaje (Cordero, 2006b).

El presente documento es la realización de un proyecto de investigación que cuestiona estas acepciones, por el papel que juega el uso de la tecnología en el conocimiento matemático del estudiante, es decir nos preguntamos ¿De qué manera este uso afecta la actividad matemática? ¿De que depende la expertes con el uso tecnológico? ¿Qué tipo matemática refleja el uso tecnológico? Para ello el proyecto ha tomado un marco teórico que estudia las cuestiones instrumentales (el uso tecnológico) denominada génesis instrumental, en donde dicha disciplina estudia la interacción estudiante  $\leftrightarrow$  tecnología, en donde a partir de sus resultados nos presenta resultados de

esta parcial integración de la tecnología y la ciencia, es por ello que la génesis instrumental crea dos conceptos que son la instrumentalización e instrumentación que permite la integración tecnológica para el aprendizaje de las matemáticas.

La aproximación socioepistemológica estudia la construcción social del conocimiento matemático. Se estudia al humano en su entorno no solo haciendo matemáticas sino como construye conocimiento matemático, en su ambiente, cultura, sentidos, procesos mentales, en relación con el conocimiento mismo. No se centra en los conceptos, sino en la constitución social de tales conceptos, en “aquello” que hace que el conocimiento sea así y no de otra manera, lo que norma la construcción del conocimiento. La socioepistemología tiene como unidad de análisis que es la práctica social que son las generadoras del conocimiento matemático, a través de esta práctica no analiza a los participantes, porque lo que nos importa de ellos son sus formas de construir conocimiento matemático (Flores, 2005).

La graficación en la disciplina socioepistemológica se considera una práctica social, el cual te permite hacer múltiples realizaciones hacer ajustes en su estructura para producir un patrón deseable, significa que la graficación es un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación (Cordero, 2006a), no solo una representación para realizar alguna habilidad cognitiva sino lo que te permite construir conocimiento matemático por medio de hacer estudios del “uso de la gráfica”<sup>2</sup>. Con tal aporte tenemos la siguiente hipótesis de investigación: *Que en las prácticas con el uso de un artefacto*<sup>3</sup>, *existe algo que hace que se desarrolle un tipo de matemática, algo que norme de tal manera que provoca la integración del artefacto al humano en una situación específica y hace que de una respuesta favorable a sus tareas matemáticas.* Creemos que es el “uso de las gráficas” la que norma esa integración entre el artefacto y estudiante, es por ello la importancia de estudiar un marco de referencia que estudia las cuestiones instrumentales y poder contestar una problemática de que existe con el uso tecnológico que existe una carencia de integración tecnológica con el estudiante en la construcción del conocimiento matemático. A continuación presentamos los marcos teóricos de nuestra investigación, las evidencias de nuestra hipótesis.

## **2 La aproximación instrumental: “La Génesis instrumental”**

La génesis instrumental, es una disciplina sensible a las cuestiones instrumentales, su foco de estudio es como un artefacto se convierte en un instrumento de tal manera que se integra al humano para hacer matemáticas (Artigue, 2002). Si bien la ubicación de su

---

<sup>2</sup>La perspectiva socioepistemológica considera el uso de las gráficas como un concepto ya que el “uso” es la función orgánica de la situación que se manifiesta por las “tareas” que componen la situación, y la forma del “uso” serán la clase de esas “tareas”. Las tareas pueden ser actividades, acciones, ejecuciones y alternancias de dominios. Cuando la alternancia de tareas sucede se genera una nueva función orgánica que debatirá con las formas de los usos.

<sup>3</sup>Se utiliza el término *artefacto* en un sentido general, en lugar del término *máquina*, ya que esta última incluye ideas de complejidad y de manufactura industrial. Un martillo es un artefacto, un compás es un artefacto, una calculadora y computadoras son artefactos. El término artefacto tendrá el sentido de un objeto material que está disponible para la actividad humana. En el caso que nos ocupa, en este escrito cuando hablamos de artefacto nos referimos a calculadoras simbólicas (Voyage 200) y sensores de movimiento (CBR2) el cual es la tecnología analizada en la investigación.

problemática tiene que ver con esta integración, de estudiar la relación pragmático-epistémico, esto debido al hecho de que usar el artefacto para una tarea matemática ésta incrementa tus habilidades para resolver dicha tarea, pero de qué manera afecta la parte conceptual producto de que su uso ya que incide a una economía matemática, es decir con el uso del artefacto se realizan operaciones matemáticas de manera automática y da una respuesta directa sin analizar los procedimientos, pero en realidad esto es favorable para el estudiante en la comprensión de la tarea matemática. Es por ello que surge la creación de dicho marco capaz de responder a tal cuestionamiento de cómo usar la tecnología, de entender que no es neutra, tiene identidad el cual media la actividad matemática de un estudiante. La palabra instrumento para la aproximación tiene un sentido más profundo, ya que surge de la construcción por parte del estudiante, es decir, para que esta construcción del artefacto al instrumento suceda, la génesis instrumental se debe de apropiarse de una dualidad producto del artefacto. La primera se dirige del estudiante al artefacto cargándolo progresivamente de potencialidades el cual permite descubrir, conocer, personalizarse del artefacto para acciones específicas; se llama a este proceso instrumentalización lo que conlleva a desarrollar esquemas de uso, y la segunda dirección se dirige del artefacto hacia el estudiante lleva al desarrollo y apropiación de esquemas de acción instrumentada lo que le permite entender lo potencial de un artefacto así como sus limitaciones que posteriormente constituyen progresivamente al entendimiento el artefacto que le permiten una respuesta efectiva a tareas matemáticas. Esto último es lo que se denomina propiamente instrumentación ver figura E (Trouche, 2004, Artigue 2002)

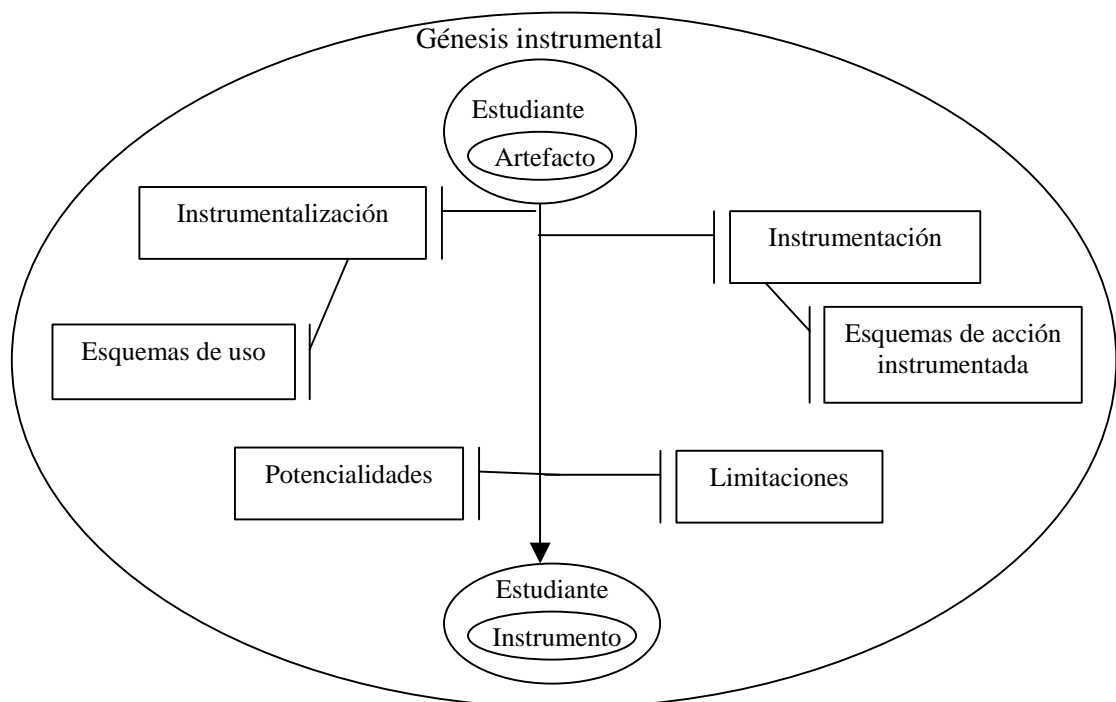


Figura E. Construcción del artefacto al instrumento producto de la Génesis Instrumental.

Por ejemplo presentamos investigaciones hechas por Guin y Trouche (1999) donde señalan las dificultades que tuvieron sus estudiantes al tratar de resolver la ecuación  $\tan(x) = x$ , en los Reales: En una clase de 32 alumnos (17 años), solamente cuatro estudiantes señalaron una infinidad de soluciones... Los otros estudiantes mencionaron un número finito de soluciones (correspondiente a los que es visible en la pantalla, ver figura F).

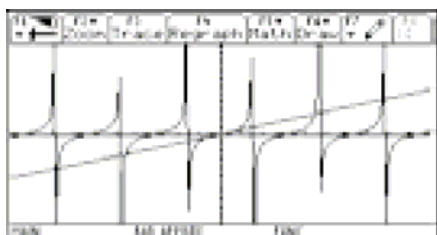


Figura F. Grafica de  $f(x)=\tan(x)$  y  $f(x)=x$

Es decir que la dificultad radica en que los estudiantes no toman la pantalla como si fuera una ventana en donde solamente estamos observando una parte de ella. Otra dificultad es interpretar lo que se percibe de esa ventana. Los mismos autores (Guin y Trouche) señalan que algunos alumnos consideran las asíntotas como parte de la representación gráfica de la función y por tanto, proponen más intersecciones; otros señalan que la intersección entre las dos funciones cerca del cero se da en una infinidad de puntos. Semejantes interpretaciones han permitido cuestionarse sobre la manera en que el artefacto esta afectando al estudiante no hay un entendimiento, si bien la percepción gráfica influye mucho en sus interpretaciones, esto demuestra que no ha desarrollado los suficiente esquemas de uso, una instrumentalización adecuada (conocer el artefacto, los menús, los ambientes) para manipular las dimensiones de la ventana para observar intervalos de la gráfica pero a su vez no hay una instrumentación del artefacto debido a que los esquemas de acción instrumentada no están orientados al entendimiento de la limitación de la propia representación gráfica de la calculadora que los lleve a falsas interpretaciones para el desarrollo de la solución de la tarea específica. Hemos presentado un ejemplo de cómo la tecnología afecta la actividad matemática, de la necesidad de tener en cuenta la instrumentalización e instrumentación del artefacto para que se integre al conocimiento del estudiante en la solución de una tarea específica.

### 3 La aproximación socioepistemológica

La aproximación socioepistemológica estudia el entendimiento de la construcción del conocimiento matemático de acuerdo con lo que organizan los grupos humanos normado por lo institucional y cultural. Se trata de entender tal constitución para hacer que el conocimiento sea funcional, que se integre al humano para transformar su mundo, naturaleza y por lo tanto a él. Para responder a que tal conocimiento sea funcional debemos hacer estudios sobre uso del conocimiento en situaciones específicas donde se resignifique<sup>4</sup> el conocimiento matemático en cual se debate entre su funcionamiento y forma (Cordero, 2003, 2005, 2006a, 2006b), para dar evidencia de esta resignificación y dar respuesta a problemáticas de aprendizaje de las matemáticas se apuesta a que un estudio del “uso de las gráficas” propone resolver tales demandas y proponer marcos de referencia donde se resignifique dicho conocimiento proporcionando así una matemática funcional donde se concibe a la graficación como una práctica social y entender el “uso de las gráficas” en prácticas institucionales (Cordero y Solís, 2001; Cordero, 2001 y 2003;

<sup>4</sup> Para la socioepistemología no establecemos que la resignificación es dar un significado nuevo en un contexto determinado para luego buscar otro que resignifique lo ya significado. Sino es la construcción del conocimiento mismo en la organización del grupo humano y normado por aspectos de carácter institucional y cultural (Buendía y Cordero, 2005).

Rosado, 2004; Hernández, 2004; Campos, 2003; Domínguez, 2003). Se ha observado en los ámbitos escolares y no-escolares la necesidad de graficar para entender los datos de ciertas situaciones, donde pareciera que graficar no sólo es competencia de la cognición, sino que es una práctica social que ha permitido generar cierto conocimiento matemático (Roth y Bowen, 2001). En ese sentido investigamos en ciertos ambientes gráficos escolares los procesos de construcción que están con relación a la modelación y el uso de tecnología. Para ello, hemos elegido, el uso de calculadoras graficadoras y sensores en una situación de aprendizaje<sup>5</sup> donde los estudiantes modelan el movimiento y dan argumentos a partir de la gráfica obtenida. La tecnología nos permitirá entender los aspectos y formas de la actividad humana que transforman o resignifican las relaciones funcionales que entran en juego en los ambientes gráficos. Para llevar a cabo esta tarea se ha tomado el “uso de la gráfica” en la socioepistemología del binomio modelación-graficación<sup>6</sup> (Suárez, 2007) donde se considera a la modelación como un tipo de graficación la cual caracteriza y articula precisamente la modelación, graficación y tecnología. Con ello un marco como la Génesis Instrumental pudiera ayudar a tal fin, puesto que se ha preocupado de la importancia de este uso y así obtener un marco de referencia donde la matemática sea un conocimiento funcional. Con esto articulamos la aproximación socioepistemológica a través del “uso de las gráficas” donde pretendemos evidenciar que tiene una función que norma la integración de la tecnología al estudiante en una situación de tal manera que genere conocimiento matemático. Con estos marcos, la investigación da elementos de estudio de cómo el artefacto se convierte en un instrumento producto de la génesis instrumental, y suponemos como hipótesis que es el “uso de las gráficas” la que ayuda, permite, norma esta construcción del instrumento en una situación de tal manera que se integra al humano para construir conocimiento matemático. A continuación presentamos la metodología y el análisis de los datos que den respuesta a nuestra hipótesis de investigación

## 4 Metodología

La metodología para comprobar nuestra hipótesis es el análisis cualitativo de los datos de la investigación hecha por (Torres, 2004) en donde se estudia una situación de modelación del movimiento en un ambiente tecnológico<sup>7</sup> con estudiantes del Nivel Medio Superior (entre 14 y 15 años) de ocho CECyT<sup>8</sup> de primero, tercero y quinto semestre. Las dos primeras sesiones estuvieron enfocadas a que los alumnos se familiarizaran con las modalidades de trabajo (trabajo en equipo y discusión grupal); con la tecnología mencionada, con el tipo y estructura de las actividades del taller, (descripciones gráficas de fenómenos de movimiento) y con la toma de registros como videos en audio y video,

---

<sup>5</sup> Situación de modelación del movimiento (Suárez y Cordero, 2007; Suárez, 2008; Torres, 2004)

<sup>6</sup> Socioepistemología del binomio modelación graficación: Es una caracterización situacional de actividades donde la modelación escolar esté anclada al uso de las gráficas en un ambiente tecnológico.

<sup>7</sup> De aquí en adelante del documento nos referimos a tecnología a la Calculadora Simbólica TI-Voyager 200, Sensores de movimiento (son dispositivos tecnológicos que detectan ondas de movimiento y temperaturas), Transductor-CBL (Es el que procesa la información de onda que envía el sensor y los convierte en números digitales, es decir recibe información mecánica y la convierte en información digital).

<sup>8</sup> Uno de los dieciséis CECyT del NMS del IPN. Ha sido nombrado desde julio de 2003 como ‘Escuela Modelo en la integración de la tecnología’.

fotografías, y escritura de un reporte (Suárez 2002). La tercera sesión se trabajó con las situaciones de movimiento en dos secuencias:

#### **Secuencia I: Graficación**

Los estudiantes leen y aceptan resolver el problema; los alumnos construyen las gráficas que describe la situación del problema en acetatos (sin emplear tecnología).

#### **Secuencia II. La simulación**

A continuación se les pide a los estudiantes que diseñen la forma en que se van a mover ante el sensor, por lo que ellos toman en cuenta el tiempo y la distancia y la forma en que se tienen que moverse ante el sensor para lograr la gráfica de su propuesta,

Con el propósito de dar respuesta de que el “uso de las gráficas” es lo que norma la construcción del instrumento analizamos los datos de video-grabaciones del taller de modelación del movimiento para encontrar una génesis instrumental. Para ello se ha elaborado una pregunta de investigación ¿Cuál es la génesis instrumental en una situación de modelación del movimiento? Donde se enfocará la atención al funcionamiento y forma de la matemática en cuestión para crear una categoría de modelación con el uso de esa tecnología. La “génesis instrumental” se articulará al “uso de las gráficas” por medio de la instrumentación y instrumentalización. La situación de modelación del movimiento se analizará a través de la ingeniería didáctica.

### **4.1 La situación de aprendizaje**

La situación de aprendizaje es la siguiente, consiste en hacer la gráfica del movimiento de una persona que se aleja de un punto de partida hasta 500 metros, para luego regresar y sólo dispone de nueve minutos. Pero durante dicho trayecto se detiene cuatro minutos. La dinámica es la siguiente: los estudiantes los organizan en 7 equipos de tres estudiantes, se les pide que comprendan el problema y construyan la gráfica del movimiento a papel/lápiz que represente los cambios de posición con respecto al tiempo; que simulen el movimiento a partir del gráfico propuesto utilizando el sensor y la calculadora graficadora; relacionen las gráficas de la distancia y de la velocidad, con el fin de dar un significado físico y matemático a dichas variables; para posteriormente exponer sus argumentaciones en los dos dominios y discutan con los demás compañeros en cuanto las características de sus gráficas. Se les entrega la siguiente actividad denominada epifanía:

#### **Epifanía**

“Valentina llegó temprano a su clase de música. A punto estaba de sentarse cuando se dio cuenta de que había olvidado su cuaderno en su refugio predilecto: la siempre cómoda y acogedora biblioteca. No podía perderse el comienzo de la clase, así que fue a la biblioteca, cogió su cuaderno y regresó a su asiento, a tiempo para comenzar su, probablemente disfrutable, clase de música. Pero en el camino se encontró a su bienamado Juan y se detuvo a intercambiar algunas muestras de su muy auténtico cariño, lo que le llevó 4 minutos, lo que la obligó a recuperar estos instantes, tan bien aprovechados, porque cuando salió del salón no previó la Epifanía”.

La biblioteca está en un punto diametralmente opuesto del salón de música en un patio circular, que tiene 500 metros de diámetro, de la escuela. Valentina tardó en total 9 minutos.

1) Construye una gráfica que describa los cambios de posición de Valentina en su trayecto de ida y vuelta con respecto al tiempo.

2) Todos hemos escuchado o hecho descripciones de objetos en movimiento, que incluyan expresiones como ‘detenido’, ‘rápido’, ‘lento’, ‘más rápido’, ‘disminuyó su velocidad’, ‘más alejado’, ‘aceleró más’, y muchas otras que seguramente te han asaltado la memoria. Convengamos en que la velocidad de Valentina es positiva cuando se dirige a la biblioteca y negativa en sentido contrario. Identifica en la gráfica intervalos en los que la velocidad sea negativa, positiva o nula, y describe las características de la gráfica, al igual que en el párrafo anterior, introduce matices en la descripción de la velocidad y anota las características correspondientes de la gráfica

## 4. 2 Análisis de los Datos

Para dar respuesta de como se integra la tecnología en el estudiante a través del “uso de las gráficas” presentamos un extracto de exposición del equipo # 2 en donde se puede observar los diálogos entre profesor y estudiante donde él explican sus resultados de sus gráficas realizadas a papel/lápiz y con el uso de la tecnología (ver tabla 1). Posteriormente una segunda tabla (Ver tabla 2) donde explicamos el funcionamiento del “uso de la gráfica” el cual provoca esta doble dirección de la génesis instrumental sujeto  $\leftrightarrow$  artefacto es decir se aprecia una instrumentalización e instrumentación en la situación de modelación del movimiento lo cual permite un entendimiento de esa tecnología, se interioriza, integra a su pensamiento de tal forma que el artefacto ya es para él un instrumento, porque lo ha construido ha tenido un funcionamiento producto del “uso de la gráfica”, es la base, lo que provoca la instrumentalización e instrumentación para llegar a la construcción del instrumento(ver fig. G). Así damos elementos que es a través del “uso de la gráfica” como lo que norma esa construcción del artefacto al instrumento por el estudiante en la situación de modelación del movimiento.

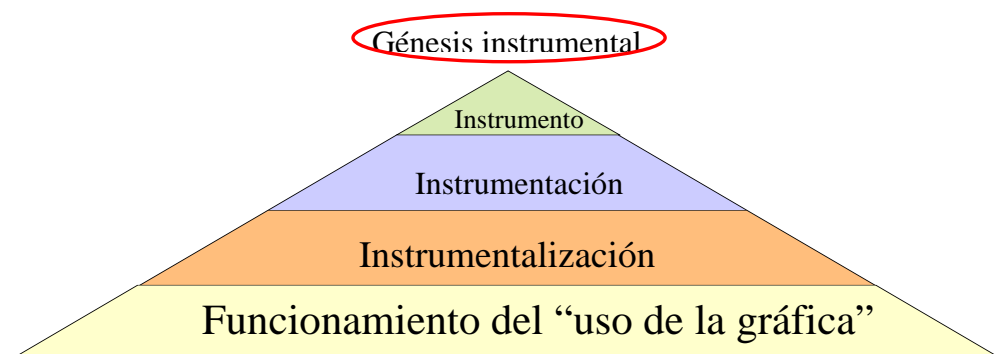


Fig G El funcionamiento del “uso de la grafica” como base en la construcción del instrumento



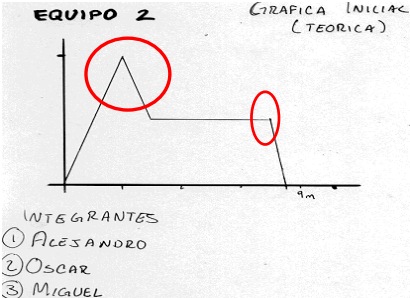
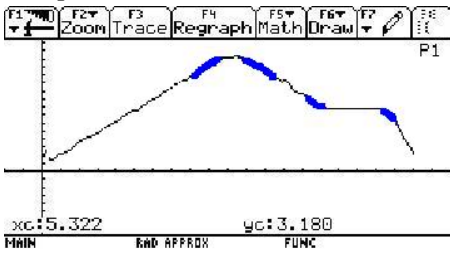
Equipo # 2/Análisis 1	
Gráfica de posición	
Gráfica P/L	Gráfica U/T
<p><i>Juan Pablo:</i> Nuestra grafica original que tenemos, fue desde el punto 0 hasta la altura máxima que eran 1.000 metros según a la mitad y aquí se aceleró.</p>  <p>Fig 1</p>	<p><i>Juan Pablo:</i> Ahora, en la práctica lo que acabamos de hacer...busqué lo más parecido, planeamos exactamente el mismo problema que habíamos tenido nosotros desde un tiempo digámoslo así 0, empezó a caminar durante 15 segundos de tiempo total entonces a los 7,5 segundos se devuelve aquí, se regresó y se quedó a cierto tiempo y se volvió..., <i>se aceleró</i>, esto nos dio algo similar a nuestra gráfica original.</p>  <p>Fig 2</p>
<p><i>Profesora:</i> ¿Cuál es la diferencia entre la 1ª y la 2ª?</p> <p><i>Juan Pablo:</i> La diferencia son las curvaturas.</p> <p><i>Profesora:</i> ¿Qué significan esas curvaturas?</p> <p><i>Juan Pablo:</i> Primero que nada... son los momentos...</p> <p><i>Profesora:</i> Y eso... ¿que significa?</p> <p><i>Juan Pablo:</i> Esto significa que hay una disminución de la velocidad, entonces cuando va a dar la vuelta, hay una disminución, llega aquí y no hay velocidad, se da la vuelta vuelve a haber otra velocidad y hay otra velocidad empieza a caminar.</p> <p><i>Profesora:</i> Y eso... ¿qué significa?</p> <p><i>Juan Pablo:</i> Aquí porque cuando va llegando a su objetivo la... voy disminuyendo mi velocidad, llego aquí me hago los 4 minutos y cuando termina mis 4 minutos vuelvo a meter velocidad poco a poco no de golpe. Entonces, nuestro error (apuntando al primer gráfico fig. 1) es haberlo representado de golpe.</p>	

Tabla 1. Explicaron de la grafica de posición

Equipo # 2 /Análisis1 /tiempo	
“EL USO DE LA GRÁFICA”	
FUNCIONAMIENTO	
<p><b>Juan Pablo</b> identificó <b>momentos de velocidad</b>, él ha atribuido un significado a las curvas, el cual para él son cambios de velocidad cuando desacelera, se detiene (aceleración cero) y acelera. El reconoce que los cambios de velocidad se describe como trazos curvos en la gráfica, esto le permite argumentar que los trazos rectos de la gráfica (fig.1) implicarían movimientos muy bruscos o muy rápidos de dirección en lo que va y regresa del salón a la biblioteca el cual considera que es muy difícil que un sujeto pueda llevar una velocidad constante en todo momento.</p>	
INSTRUMENTALIZACIÓN	INSTRUMENTACIÓN
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Es en cuanto a los comandos a usar, la selección de los tiempos y distancia para simular el movimiento con el sensor y calculadora (Secuencia II).</li> <li>▪ Los datos obtenidos en las primeras experimentaciones se retoma para mejorar la selección de tiempos y distancias favorables al ir comparando sus gráficas anteriores de tal forma que se adecue a su gráfica hecha sin tecnología</li> <li>▪ Se definen las acciones específicas finales a utilizar con el uso de la tecnología ya mencionada, como el movimiento, velocidad, espacio, tiempo y participantes, producto de haber experimentado, descubierto y personalizado los artefactos para su uso.</li> </ul>	<p>En el entendimiento entre tecnología→estudiante, es decir se comprende la alternancia de dominios entre la simulación y la gráfica. Se puede decir que la tecnología se integra a él porque a través de la lectura de la gráfica entiende, comprende, interpreta y razona el uso que le dio a esa tecnología.</p>
“GENESIS INSTRUMENTAL”	
<p>Es así que surge una génesis instrumental producto de hacer un “uso de la gráfica” en una situación específica en donde ha normado la construcción de un instrumento</p>	

Tabla 2.El funcionamiento del “uso de la gráfica” la existencia de una instrumentalización e instrumentación

## 5 Conclusiones

Desde la perspectiva de investigación que busca la intervención del sistema didáctico, se buscan categorías de conocimiento. La graficación se estudiará como una categoría en donde pretendemos dar indicadores de cómo un estudio del “uso de las gráficas” es la que norma la integración tecnológica con el estudiante cuando usa calculadoras simbólicas y sensores de movimiento en una situación específica como la de modelación del movimiento, esto favorece la instrumentalización e instrumentación para la construcción del instrumento por parte del estudiante producto de que existe una génesis instrumental. Este proyecto de investigación no descarta el marco teórico de la génesis instrumental sino tiene como objetivo entender el papel que juega la tecnología en el conocimiento matemático de un estudiante, pero complementa que un estudio del “uso de las gráficas” en la situación de aprendizaje ya mencionada permite explicar cierto tipo de matemática, es decir, explicar que si alguien desarrolla una práctica con tecnología de modelación graficación entonces lo conlleva un “uso de gráficas”, entonces lo interesante es describir esa práctica tecnológica, en donde la génesis instrumental nos da elementos de construcción de un instrumento (artefacto-instrumento), donde el estudiante hace cosas con el instrumento y que efectivamente hay algo externo, que norma y que provoca el proceso de instrumentación e instrumentalización donde se internaliza, integra al estudiante para construir conocimiento matemático.

## REFERENCES

- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274.
- Artigue (2007) Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental, [Memoria]. *Memorias de la XII Interamericana de Educación Matemática*. Querétaro. P. 9
- Campos, C. (2003) La argumentación gráfica en la transformación de funciones cuadráticas. Una aproximación socioepistemológica. Tesis de Maestría no publicada, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Cordero, F. (2006a). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un reporte Iberoamericano*. Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C., 265-286.
- Cordero, F. (2006b). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica*, 20, 1, 59-79. Córdoba, 7-10 de Septiembre de 2005
- Cordero, F., (2005). La institucionalización del conocimiento matemático y el rediseño del discurso matemático escolar [Resumen]. *Resúmenes de la Decimonovena Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Uruguay. p. 30.
- Cordero, F. (2003). Reconstrucción de significados del Cálculo Integral. La noción de acumulación como una argumentación. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 4(2), 103-128.
- Cordero, F. y Solís, M. (2001). Las gráficas de las funciones como una argumentación del Cálculo. Serie: Cuadernos de Didáctica. Grupo Editorial Iberoamérica. Edición especial CASIO. Tercera edición.
- Guin, D. y Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: the case of calculators, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3, pp. 195-227.
- Domínguez, I. (2003). La resignificación de lo asintótico en una aproximación socioepistemológica.

Tesis de Maestría no publicada, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

- Hernández, D. (2004). Las argumentaciones gráficas de los estudiantes en las relaciones de  $f$  y  $f'$  para las funciones  $x$ ,  $x^2$  y  $x^3$ . Tesis de Maestría no publicada, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Kutzler, B. (2003). “CAS as pedagogical tools for teaching and learning mathematics”, en Fey et al. (eds.), Computer algebra systems in secondary school education, capítulo 3, pp. 53-71, Reston VA: NCTM.
- Rosado, P. (2004). Una resignificación de la derivada. El caso de la linealidad del polinomio en la aproximación socioepistemológica. Tesis de Maestría no publicada, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Suárez, L. (2007) Modelación – Graficación, Una Categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico. Borrador de tesis doctoral en revisión no publicada. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN: México
- Suárez, L. y Cordero, F. Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico. Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias.(En evaluación).
- Suárez, L. (2002). Actividades de simulación y modelación en el salón de clases para la construcción de significados del Cálculo. Proyecto de investigación doctoral, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Trouche, L. (2004) Managing the Complexity of Human/Machine Interactions in Computerized Learning Environments: Guiding Student's Command Process Through Instrumental Orchestrations, International Journal of Computers for Mathematical Learning, 9/3, 281-307
- Torres, A. (2004). La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología. Tesis no publicada del Programa de Maestría del CICATA-IPN. : México
- Vérillon P. & Rabardel P. (1995). Cognition and artifacts: a contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. European Journal of Psychology of Education, 10/1, 77-101.