REFLEXIONES ACERCA DE ARGUMENTACIONES Y MATEMÁTICA EN ESCENARIOS SIN INFLUENCIA ARISTOTÉLICA Y SU IMPORTANCIA EN EL AULA DE MATEMÁTICA

Cecilia CRESPO CRESPO, Rosa María FARFÁN, Javier LEZAMA ANDALÓN
Instituto Superior del Profesorado "*Dr. Joaquín V. González*", Buenos Aires, Argentina.
CICATA–IPN, México DF, México. Cinvestav–IPN, México DF, México
crccrespo@gmail.com rfarfan@cinvestav.mx jlezamaipn@gmail.com

ABSTRACT

Este trabajo presenta una caracterización de algunos escenarios culturales que se dieron a lo largo de la historia que no tuvieron influencia aristotélica y en los que las argumentaciones utilizadas difirieron de las que se originaron en Grecia. En estas culturas, se abordaron y trabajaron algunos conceptos matemáticos, como por ejemplo el cero y el infinito, cuya aceptación, abordaje y tratamiento científico tardó varios siglos en la cultura occidental. Esto pone de manifiesto el carácter de construcción cultural de las formas de argumentación y la posibilidad de construir conceptos matemáticos sobre la base de otras formas de pensamiento. Por otra parte, en el aula de matemática, se detecta la presencia de algunas formas de argumentación no correctas para la lógica aristotélica y que no han sido aprendidas ni trabajadas en escenarios escolares. Ante la no aplicación de los métodos que serían considerados válidos, se obtuvieron, en esta investigación, declaraciones de los estudiantes sobre su posición frente a formas de argumentación clásicas, que denotan en algunos casos, la no aceptación de las formas clásicas y el logro de mayor convicción de ellas para las que los estudiantes utilizan.

Nuestra cultura, con base aristotélica, ha construido formas de argumentación basadas en la lógica clásica. Sin embargo, las situaciones que evidencian el carácter de construcción social de la argumentación matemática, consideramos tienen que ser tenidas en cuenta en el discurso matemático escolar. El enfoque socioepistemológico utilizado en esta investigación, permite plantear la necesidad de fijar la atención en las formas de argumentación no clásicas que se presentan en el aula y analizar de qué manera podrían contribuir a la construcción de conceptos matemáticos escolares.

1 Introducción

Con el objetivo es comprender el carácter sociocultural de las argumentaciones matemáticas se intenta mostrarlas en la investigación que estamos realizando (Crespo Crespo, 2005, 2007a, 2007b; Crespo Crespo & Farfán, 2005, 2006), como resultado de acciones de una comunidad en un escenario sociocultural. Nuestra cultura posee fundamentos aristotélicos, ha construido formas de argumentación basadas en esta lógica que durante siglos se han considerados como propias del pensamiento humano. Sin embargo, en el aula de matemática, se observan en ciertas oportunidades, situaciones que evidencian el carácter de construcción social de la argumentación matemática y que consideramos tiene que ser tenidas en cuenta en el discurso matemático escolar.

Desde que Aristóteles sistematizara las argumentaciones lógicas a través de las leyes de la lógica clásica, estas leyes han sido identificadas como las leyes del pensamiento humano y las que rigen el desarrollo y avance de las ciencias. Estas leyes, consideradas durante siglos como indiscutibles, han regido los rumbos del pensamiento científico de Occidente. Si realmente estas leyes fueran propias de la razón humana, deberían haber estado presentes en todas las culturas y en todas las épocas, habiendo sido enunciadas y aceptadas en los distintos escenarios socioculturales y los desarrollos de las ciencias en toda cultura, deberían estar regidos por ellas. Sin embargo, tal como es posible apreciar a partir de las descripciones que se presentan a continuación, esto no ocurrió y en algunos escenarios socioculturales surgieron manifestaciones de lógicas que no aceptan los principios aristotélicos como el principio de no contradicción y el principio del tercero excluido, que no fueron la base de las formas de pensamiento en ellas. En esas culturas, obviamente no afloraron argumentaciones que, como en el caso de la reducción al absurdo, se sustentan fuertemente en esos principios aristotélicos.

2 Culturas sin influencia aristotélica: su pensamiento lógico y algunos conceptos matemáticos

En la actualidad, en nuestra sociedad resulta difícil pensar en el progreso de la ciencia sin el sustento de los principios lógicos identificados por los griegos, pues nuestras formas de pensamiento científico se han construido sobre esas bases. Sin embargo, algunas civilizaciones no tuvieron las mismas bases y fueron capaces de construir conceptos matemáticos de manera distinta a cómo lo hizo la ciencia occidental. Se presentan a continuación algunos ejemplos, en los que nos centraremos básicamente en civilizaciones en las que aparecieron dos conceptos cuya construcción en occidente fue costosa: el cero y el infinito.

2.1 Egipto antiguo

Si bien, el nacimiento de la filosofía es situado en Grecia, es posible identificar características prefilosóficas en el pensamiento del antiguo Egipto, sobre todo en referencia a ciertas concepciones del universo y de la divinidad. Estas se identifican en las formas de pensar de sacerdotes que teorizaban y eran depositarios y transmisores del conocimiento en esa cultura. El pensamiento religioso egipcio era físico y metafísico, y dio origen a técnicas rituales e instrucciones laicas que perduraron a través de textos rituales o de propaganda destinados a asegurar la buena marcha del Cosmos y para garantizar el buen funcionamiento de las cosechas y la sociedad, sin proponerse explícitamente alentar la reflexión personal (Parain, 2002).

En el Imperio Antiguo, fue necesario coordinar tradiciones surgidas previamente, en las que los mitos narran los mismos fenómenos bajo imágenes distintas, en las que los mismos dioses toman identidades distintas y contradictorias. Desde una postura aristotélica, esto hubiera desembocado en incoherencias y contradicciones, sobre la base de los principios de identidad y no contradicción, sin embargo en Egipto, se dio sin problemas un polimorfismo de divinidades, sin que esto condujese a inconsistencias y contradicciones y permitiendo la construcción de explicaciones teóricas acordes a la concepción de ciencia de este escenario, tanto en sus facetas sagradas como profanas. De esta manera, es posible identificar situaciones en las que la no contradicción no fue necesaria.

De la cultura egipcia, no han sobrevivido rastros de demostraciones rigurosas de resultados matemáticos, ni tampoco de argumentaciones lógicas que justifiquen los procedimientos presentados en las técnicas de cálculo. El desarrollo matemático en esta cultura pone en evidencia la relación entre las necesidades materiales de una sociedad y la naturaleza de la matemática que desarrollaron, no estando interesados en generalizar ni en abstraer u organizar sistemáticamente conocimientos. En su visión de la ciencia, se explicar y definir en una secuencia ordenada de pasos y como conclusión se agregaba una verificación que conduce a una solución correcta del problema.

A menudo, se ha dicho que el concepto de cero no puede encontrarse el Antiguo Egipto, sin embargo, algunos historiadores de la matemática creen ver un antecesor del concepto de cero en un símbolo: ♁ *(nfr)*, símbolo utilizado para expresar las de ideas de belleza, completitud y perfección, que aparece en planos para la construcción de los templos, palacios y grandes edificios aparecen líneas niveladoras horizontales para guiar la construcción simbolizando el nivel de tierra o nivel cero. De la misma manera, es posible encontrar este símbolo en las cuentas de registros contables de la dinastía 13 del Imperio Medio cuando la cuenta era equilibrada. Las dos utilizaciones de este símbolo pueden ser comprendidas en relación al cero, considerándolo como una manera de simbolizar el equilibrio.

2.2 La India

La fuente de información más antigua del pensamiento de la India que llega a la actualidad son los Vedas, obras correspondientes a varios períodos literarios que contienen parte de la poesía religiosa y popular existente durante el período védico. Se personificaron las diversas fuerzas de la naturaleza que se manifiestan a través de deidades que son adoradas en una concepción monoteísta expuesta a través de varios dioses. A partir de esta corriente del pensamiento hindú, se generaron básicamente el naturalismo y otras dos escuelas del pensamiento consideradas no védicas: el jainismo y el budismo.

Hacia el siglo III o IV a.C., se había acumulado gran cantidad de material filosófico heterogéneo, recopilado en los Sũtras, cuya función fue la de consolidar la doctrina de una escuela en particular y criticar las otras que divergen con ella. La lógica naturalista genera "*una ciencia tanto de prueba como de descubrimiento*" (Hiriyanna, 1960, p.52) y se lleva a cabo no por medio del razonamiento sino de la percepción de los sentidos. Al hablar de la inferencia naturalista no debe pensarse en las formas silogísticas, sino en la búsqueda como la fuente de conocimiento en relación con la percepción de signos y su posible significado, y no en relación con la argumentación lógica. La lógica nyaya valora la especulación racional como base de una doctrina coherente del conocimiento. Si bien su base fue empírica, generó una teoría de razonamiento racional basada en la causalidad.

Una de las formas más antiguas de religión no védica de la India es el jainismo, que se caracteriza por su creencia de la existencia independiente y eterna del espíritu y la materia, de lo animado y lo inanimado. El conocimiento o la conciencia es la esencia del espíritu y el conocimiento empírico es una de sus manifestaciones bajo las limitaciones de la naturaleza inanimada; las percepciones verdaderas se llevan a cabo por medio de la intuición. Se preocuparon por la relación entre racionalidad y consistencia del pensamiento, basándose en lógicas de carácter conciliador que difirieron del pensamiento griego, en las que se aceptó el pluralismo y el escepticismo (Ganeri, 2002).

La tercera etapa del pensamiento filosófico de la India antigua corresponde al budismo que comenzó como religión y posteriormente se vio obligado a convertirse en una filosofía para defender su posición frente a las escuelas del pensamiento hindú y jaina. Filosóficamente, el budismo concibió a las cosas como inestables y cambiantes, viendo como ilusoria o ficción de la mente a la estabilidad. Para los budistas, el vacío y la nada no son sinónimos. Llegaron a diferenciar entre veinticinco especies de vacuidad (Ifrah, 1997, p.1158), que constituyeron la base para la concepción del cero, uno de los legados de la India a Occidente. La nada y el cero surgen desde una visión filosófica más que matemática: como ausencia de algo, no como resultado de una operación, más como el cardinal del conjunto vacío, del que tiene la propiedad de no tener elementos. Después se transformará en una cifra, como un número, como la representación de un lugar vacío en un número.

Aunque en los Vedas no aparecen explícitamente referencias al cero como cifra y ninguna palabra para representarlo, como ocurrió más adelante. Sunya representó la nada, el vacío, el lugar vacío, el sitio desocupado (de Mora & Jarocka, 2003). Es notoria la relación que se presenta en este periodo entre la Nada y el Ser, y la posibilidad de transformarse una en el otro, radicalmente distinta a la postura griega y de la concepción occidental de nada, contrariamente a lo que ocurre en la filosofía griega.

Por otra parte, los jainas se familiarizaron con las especulaciones numéricas puestas en juego por medio de grandes números, calificando a los números compuestos por ochenta o incluso cien cifras como pequeños. Aparecieron conceptos como lo "imposible de contar", lo "innumerable", "el número imposible de concebir" y finalmente, el infinito (Ifrah, 1997). Clasificaron los números en: numerables, innumerables e infinitos. Los números numerables podían ser: mínimos, intermedios y máximos; los innumerables: casi innumerables, verdaderamente innumerables e innumerablemente innumerables; los infinitos: casi infinitos, verdaderamente infinitos e infinitamente infinitos (de Mora & Jarocka, 2003). Reconocían al cero y al infinito como conceptos inversos: dividir por cero equivalía a infinito. Definieron al infinito como la cantidad que no sufre modificación alguna si se le suman o restan números finitos.

2.3 China

Los primitivos pobladores de la China adoraban las fuerzas de la naturaleza y les rendían culto y tenían asimismo muy arraigado el culto a los antepasados, destinado a mantener comuniones entre el pasado y el presente. Su religiosidad estuvo dominada desde un principio en la valorización del orden humano y el orden natural, misión confiada por el cielo al soberano y reflejada en sus libros de rituales. El escenario de China, se caracterizó en la antigüedad por un ideal de inmovilidad institucional, con la preocupación reinante de conservar el orden familiar, político y social. A los símbolos se les concedía un papel central en la construcción del universo mental, la imagen no es un simple simulacro del objeto, sino que involucraba toda la realidad del objeto, conteniendo toda su fuerza y energía y manifestada en el lenguaje y la magia. El número, como símbolo, tenía un papel especial en combinaciones armónicas, correspondencias, secuencias y jerarquías que contribuyen al orden universal.

La matemática china tuvo creciente aplicación a diversas disciplinas a través de los calendarios, la topografía, cronología, arquitectura, meteorología, comercio, pago de impuestos. Tuvo una marcada preferencia por lo concreto. Las operaciones con números así representados se realizan en un tablero en el cual la ausencia de una potencia de diez en un número corresponde a un hueco vacío, denominado wu, en el tablero. Ese hueco actúa como un cero. Posteriormente, se comienza a llenar el hueco con un punto y posteriormente con una pequeña circunferencia. A través de esta representación, algunos historiadores ven influencias de la matemática hindú, aunque algunos sostienen la hipótesis de la influencia china en India y otros consideran que ambas invenciones fueron autónomas.

2.4 América precolombina

Siglos antes de la llegada de Cristóbal Colón a América, existían en el continente americano áreas pobladas por gran variedad de pueblos, muchos de ellos con un alto grado de desarrollo cultural. Hemos recibido de ellos un legado artístico admirable, pero a pesar de ello, gran cantidad de sus conocimientos culturales han sido destruidos debido al choque de culturas que se generó.

Los mayas fueron una de las culturas más antiguas del área mesoamericana. Sus principales dioses se vinculaban con la agricultura y el tiempo; concebían al hombre como dependiente de los dioses que dominaban al mundo. Las creaciones culturales de los mayas están basadas en una concepción religiosa del cosmos, que consideraba el universo ha nacido de las energías sagradas que se manifiestan de manera múltiple y por diversos seres naturales que provocan el acontecimiento según el ciclo temporal. Con esta concepción del cosmos, el pueblo maya hizo de la actividad religiosa el centro de su existencia. A partir de esa concepción del cosmos, desarrollaron conocimientos orientados a la construcción, conteo, observación de la bóveda celeste, pintura y escultura, pero también desarrollaban actividades cotidianas como la siembra y la confección de artesanías. Se considera que el sistema maya de numeración es uno de los más económicos en cuanto a la cantidad de símbolos y que además permite registrar cantidades que alcanzan millones de unidades, con las facilidades que brinda el sistema posicional de numeración. La función del cero en un número consiste en identificar la ausencia de cierto orden de unidades, no posee su valor cardinal. Las culturas mesoamericanas, como los mayas y los aztecas, presentaron un rasgo en común en la construcción de conocimientos matemáticos con la cultura india: el desarrollo de la noción, el símbolo, el concepto, y uso del cero. Se trata en este caso, de un cero tangible y concreto, propio de las culturas basadas en la atenta observación de la naturaleza y sus manifestaciones concretas.

.*"Podemos reconocer una fuerte similitud entre su cosmovisión y la noción del cero. En el caso de las culturas mesoamericanas, la ausencia de dicotomías del tipo bueno-malo favoreció considerablemente la constitución de la noción del cero"* (Cantoral, 2001, p. 64).

2.5 Sobre algunas de las características del pensamiento no aristotélico

Hay que admitir que la lógica aristotélica no se presentó en escenarios como los que se acaban de describir. Los escenarios orientales y americanos fueron totalmente distintos de los que existieron en las culturas de influencia aristotélica.

El principio de contradicción y el principio del tercero excluido no poseen validez en estos escenarios (Crespo Crespo, 2007a). No sólo las antinomias no asustan a las filosofías no aristotélicas, sino que admiten que los extremos se complementan y permiten la aparición, la evolución y el desarrollo de ciertos conceptos matemáticos cuya aparición en occidente tardó siglos y fue terriblemente cuestionada.

En China antigua, las ideas filosóficas se basaron en la coexistencia y equilibrio. Esto da un sustento simbólico desde el que fue posible construir diferentes modos de oposiciones numéricas y dio también la posibilidad de surgimiento de objetos matemáticos como el cero. La simetría en cuanto al equilibrio que preside el paradigma chino es radicalmente distinta de la filosofía de la Grecia clásica. Para los griegos no es posible pasar del ser al no ser, no es posible cambiar el género o la naturaleza de un objeto, no existe ningún elemento identificable que esté en el límite del ser y el no ser. De esta manera, en Grecia no apareció el cero con estas características. Para los griegos, la visión del mundo y el uso de la lógica para develar su funcionamiento, en cierta manera, se constituyeron en un impedimento para la génesis de ciertos conceptos matemáticos, como es el caso del cero y del infinito. En su exigencia de consistencia de consistencia lógica y de bivalencia, estos conceptos matemáticos no pudieron ser construidos de manera natural, como vemos en otras culturas que no recibieron la influencia aristotélica.

Sin embargo y como se acaba de mostrar, en estas culturas se construyeron conceptos matemáticos y se desarrollaron incluso algunas construcciones que en occidente encontraron resistencia y no pudieron ser abordados y trabajados científicamente hasta muchos siglos después.

La presencia de comunidades matemáticas en escenarios muy distintos, lleva a comprender la presencia de estrategias de demostración diversas, de acuerdo con las características aceptadas para la argumentación. Esto también permite comprender la posibilidad de aceptar como válidas algunas y no otras de acuerdo con las características básicas de los escenarios en los que ocurren. La argumentación es construida dentro de una sociedad, es el escenario sociocultural, por lo tanto, el que da a la argumentación características que le son propias, y que varían de un escenario a otro, impregnándola de sus pensamientos y creencias, de acuerdo con su epistemología.

3. Los estudiantes y las formas de razonar no aristotélicas

Se presentan a continuación dos experiencias en las que se ponen de manifiesto que las formas de argumentación que se presentan en el aula no siempre poseen una base en la lógica aristotélica, a pesar de ser esta lógica la que es enseñada como base de las ciencias en el aula (Crespo Crespo, 2007b).

3.1 Argumentaciones nyayas en el aula

Bruno D´Amore introduce a partir de las características de la lógica nyaya (D´Amore, 2005), o sea la que surge, como se ha presentado anteriormente, en la India en oposición al budismo, una experiencia en la que identifica en ejemplos extraídos de las clases de matemática de alumnos de entre 14 o 15 años, ciertos comportamientos argumentativos que se acercan a estructuras argumentativas nyayas. Estas argumentaciones se presentaron de manera espontánea, sin que hubieran sido producidas por el investigador. Desde nuestra óptica, esos resultados, estarían denotando que la forma de razonar aristotélica, que usualmente presuponemos como natural en el aula de matemática, no tiene tal carácter, sino que es una construcción sociocultural que a veces resulta a los alumnos con carácter artificial.

Hemos recreado la investigación de D'Amore, aunque cambiando el escenario y la propiedad matemática que da origen a la experimentación. Se presentó a una maestra, participante de un curso de capacitación de geometría el siguiente enunciado:

Si un cuadrilátero tiene sus diagonales perpendiculares y se cortan mutuamente en su punto medio, entonces es un rombo.

Tras la lectura del enunciado, los pasos que siguió y reflexiones que realizó fueron los siguientes. Tras partir de dibujar un rombo y dar nombre a sus vértices e identificar la igualdad de los lados del cuadrilátero, la participante del curso, afirma que sabe que las diagonales son perpendiculares, y se cortan en su punto medio, aseverando que si esto ocurre, los lados son iguales y se trata de un rombo, y como esto se verifica en el ejemplo analizado, es un rombo, situación de la que había partido. La propiedad no está demostrada, pero la actuación de esta estudiante frente al problema planteado es similar a la que reporta D'Amore. En ella se identifican las etapas de la argumentación nyaya, esencialmente distintas del pensamiento deductivo. La propiedad es asumida como hipótesis y utilizada en el razonamiento. Indudablemente, si se analiza la corrección del razonamiento, se dirá que no es correcto. Sin embargo, la maestra, participante del curso de capacitación que realizó este razonamiento, afirmó que lo había probado aunque no fuera de una manera formal. Era conciente de que no se le aceptaría matemáticamente su razonamiento, pero ella lo aceptaba como una prueba de la propiedad. Se acababa de poner en juego una estrategia de argumentación no aristotélica, pero que satisfacía a su autora.

3.2 Resistencia a argumentaciones deductivas

Otro caso que hemos detectado muestra que en oportunidades, los estudiantes prefieren aplicar formas de razonamiento no deductivas, a pesar de conocer las formas deductivas vistas en clase. Esta actividad fue planteada a los alumnos durante una evaluación escrita, en la que se solicitó la determinación de si un razonamiento planteado en lógica de predicados era válido o no, mediante la utilización de diagramas de Venn. Este tipo de ejercicio había sido resuelto en clase en diversas oportunidades, discutiéndose su resolución y fundamentación.

Una de las estudiantes, planteó una variante de la prueba de invalidez que se utiliza en la lógica proposicional, método no aplicable a la lógica de predicados debido a la presencia de cuantificadores. En su resolución, eliminó previamente los cuantificadores y aplicó una prueba directa, lo que desde la lógica aristotélica es incorrecta. Nos preguntamos entonces acerca de las causas por la que no utilizó el método solicitado y por las que prefirió el descrito, pues en la clase anterior había mostrado que conocía la manera de realizar el análisis esperado. Para clarificar ideas, se recurrió a una entrevista con la alumna, en la que se verificó que no sólo tenía los conocimientos esperados, sino que defendía su resolución de carácter abductivo, no había asumido la importancia de las figuras de análisis, rechazaba las argumentaciones indirectas y mostraba claras preferencias por los métodos directos, aún cuando no fueran deductivos.

4. Algunos comentarios

Se ha presentado en este artículo situaciones según las cuales los principios de la lógica que han sido identificados como las leyes del pensamiento humano durante siglos, pueden verse, en realidad, como construcciones socioculturales. Por una parte, vemos que no sólo no se encuentran presentes en todos los escenarios socioculturales, sino que en culturas en las que no afloraron, fue posible construir ciertos conceptos matemáticos con características distintas que en la matemática de base griega.

En este trabajo se presentan ejemplos de formas de argumentar presentes en el aula de matemática que no tienen características aristotélicas. Ambas argumentaciones difieren, por lo tanto, de lo que se esperaría para ser consideradas válidas.

El primero de los casos presentado se trata de una estructura de argumentación que recuerda las que se utilizaban en la India en el período védico. Si bien no es posible pensar que esta forma de razonamiento sea conocida por quien la utilizó, nos pone frente a formas de argumentación que no tienen influencia aristotélica y que sin embargo producen convicción en los estudiantes. El otro ejemplo se presenta la que a través de las respuestas y explicaciones de una estudiante, que inicialmente da respuestas a una situación problemática escolar presentada dentro de un escenario académico, en la que si bien no resuelve aplicando argumentaciones lógicas aristotélicas, muestra en la entrevista posterior conocimiento de las mismas, aunque en algunos casos no las acepta y considera mejores las que realizó ella.

Se refuerza mediante estos ejemplos la hipótesis de que las formas de argumentación en su carácter de construcciones socioculturales, no son innatas, sino que se han construido y constituyen la base de las prácticas sociales de demostración que caracterizan a la comunidad matemática. Nuestra forma de argumentar y nuestra matemática, evidentemente se han construido en una cultura de base fuertemente aristotélica, lo que hace que se asuma esta lógica como innata. Sin embargo, a pesar de que hemos analizado en este trabajo sólo dos ejemplos de posición frente a ciertas argumentaciones presentes en el aula de matemática, estos no son ejemplos aislados, ya que presenta opiniones que en muchos casos hemos detectado en nuestras clases y que consideramos deben ser analizadas cuidadosamente.

Las dificultades que se ponen de manifiesto en la realización de demostraciones matemáticas en el aula, se deben en muchas oportunidades a que no se detecta la existencia y características de estos tipos de argumentaciones, asumiendo como natural al razonamiento aristotélico. Las maneras de argumentar en matemática no se han mantenido estáticas, ya que se trata de construcciones socioculturales. Es la comprensión de ese carácter de construcción social para las argumentaciones y de las demostraciones como prácticas sociales, la que, consideramos, podrá ayudar a tener una mayor percepción de las formas de argumentación en el aula.

Para lograr que los alumnos comprendan la necesidad de argumentar matemáticamente e incluso de demostrar propiedades matemáticas, resulta indispensable que construyan la significatividad de la argumentación. Esta significatividad deberá ser comprendida a partir de que los docentes podamos asumir a las demostraciones matemáticas como prácticas sociales. Consideramos que de esta manera es posible que los alumnos comprendan la importancia de la argumentación para justificar y dar validez a las propiedades matemáticas. En esta significatividad se estará reconociendo el status de las argumentaciones como construcciones socioculturales.

REFERENCES

- Cantoral, R. (2001). Sobre la articulación del discurso matemático escolar y sus efectos didácticos. En G. Beitía, (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 14.* (pp.64-75). México: Iberoamericana.
- Crespo Crespo, C. (2005). *El papel de las argumentaciones matemáticas en el discurso escolar. La estrategia de deducción por reducción al absurdo.* Tesis de Maestría no publicada. CICATA del IPN, México.

– Crespo Crespo, C. (2007a). *Las argumentaciones matemáticas desde la visión de la socioepistemología.* Tesis de Doctorado no publicada. CICATA. IPN, México.
– Crespo Crespo, C. (2007b). Los estudiantes ante formas de argumentar aristotélicas y no aristotélicas. Un estudio de casos. *Revista Electrónica de Investigación en Ciencias. Reiec.* (2) 1 (84-100).
– Crespo Crespo, C. y Farfán, R. M. (2005).Una visión de las argumentaciones por reducción al absurdo como construcción sociocultural. *Relime* (8) 3. 287-317.
– Crespo Crespo, C., Farfán, R. (2006). Las argumentaciones por reducción al absurdo como construcción sociocultural. En Martínez, G. (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.* Volumen 19 (pp.766-781). México: Clame.
– D´Amore, B. (2005). La argumentación matemática de jóvenes alumnos y la lógica hindú (nyaya). *UNO*. 38, 83-99.
– de Mora, J. M. y Jarocka, M. L. (2003). *Apuntes para una historia de las matemáticas y astronomía en la India Antigua*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.
– Ganeri, J. (2002). Jaina logic and the philosophical basis of pluralism. *History and philosophy of logic,* 23 (pp. 267-281).
– Hiriyanna, M. (1960). *Introducción a la filosofía de la India.* Buenos Aires: Editorial Sudamericana.
– Ifrah, G. (1997). *Historia de las cifras.* Madrid: Espasa.
– Parain, B. (Ed.) (2002). *El pensamiento prefilosófico y oriental*. México: Siglo XXI Editores.